

Análisis de Correspondencias Simples y Múltiples



**Dpto. de Estadística e Investigación Operativa
Universidad de Valladolid**

Roberto San Martín Fernández

Análisis Exploratorio de Datos Multidimensionales

I. Métodos Factoriales **II. Métodos de Clasificación**

I. Métodos Factoriales

1. Análisis de Componentes Principales (ACP)
Normado o Sin Normar (Regresión Ortogonal)
2. Análisis de Correspondencias (AC)
Simple (ACS) o Múltiples (ACM)
3. Análisis de Discriminante
4. Etc.

Análisis Exploratorio de Datos Multidimensionales

- I. Métodos Factoriales
- II. Métodos de Clasificación

II. Métodos de Clasificación (Análisis Cluster)

1. Métodos Jerárquicos

- Distancia (euclidea)
- Criterio de Agregación (Ward)

2. Métodos No Jerárquicos

- k – medias

Análisis de Correspondencias (AC)

- **Análisis de Datos Categóricos**
- **Análisis de Correspondencias Simples (ACS)**
 - Dos Variables Categóricas
 - Análisis de Tablas de Contingencia (grandes)
- **Análisis de Correspondencias Múltiples (ACM)**
 - Más de dos Variables Categóricas
- **Utilización.**
 - Por sí solos
 - Junto a otros análisis (loglineales, logísticos, etc.)

Análisis de Tablas de Contingencia

		Variable Columna			
		Categoría	A	B	C
Variable Fila	1	n_{11}	n_{12}	n_{13}	n_{14}
	2	n_{21}	n_{22}	n_{23}	n_{24}
	3	n_{31}	n_{32}	n_{33}	n_{34}

n_{ij} = nº de individuos en las categorías “ i ” de la Var. Fila y “ j ” de la Var. Columna.

Análisis de Tablas de Contingencia

		Variable Columna				Total Fila
		Categoría	A	B	C	
Variable Fila	1	n_{11}	n_{12}	n_{13}	n_{14}	$n_{1.}$
	2	n_{21}	n_{22}	n_{23}	n_{24}	$n_{2.}$
	3	n_{31}	n_{32}	n_{33}	n_{34}	$n_{3.}$

$n_{i.}$ = nº de individuos en la categoría “ i ” de la Var. Fila

$$n_{i.} = \sum_{j=1}^k n_{ij}$$

Análisis de Tablas de Contingencia

		Variable Columna				Total Fila
		Categoría	A	B	C	
Variable Fila	1	n_{11}	n_{12}	n_{13}	n_{14}	$n_{1.}$
	2	n_{21}	n_{22}	n_{23}	n_{24}	$n_{2.}$
	3	n_{31}	n_{32}	n_{33}	n_{34}	$n_{3.}$
Total Columna		$n_{.1}$	$n_{.2}$	$n_{.3}$	$n_{.4}$	

$n_{.j}$ = nº de individuos en la categoría “j” de la Var. Colum.

$$n_{.j} = \sum_{i=1}^n n_{ij}$$

Análisis de Tablas de Contingencia

		Variable Columna				Total Fila
		Categoría	A	B	C	
Variable Fila	1	n_{11}	n_{12}	n_{13}	n_{14}	$n_{1.}$
	2	n_{21}	n_{22}	n_{23}	n_{24}	$n_{2.}$
	3	n_{31}	n_{32}	n_{33}	n_{34}	$n_{3.}$
Total Columna		$n_{.1}$	$n_{.2}$	$n_{.3}$	$n_{.4}$	$n_{..}$

$n_{..} = n^0$ Total Individuos

$$n_{..} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k n_{ij} = \sum_{i=1}^n n_{i.} = \sum_{j=1}^k n_{.j}$$

Análisis de Tablas de Contingencia

		Variable Columna				Total Fila
		Categoría	A	B	C	
Variable Fila	1	n_{11}	n_{12}	n_{13}	n_{14}	$n_{1.}$
	2	n_{21}	n_{22}	n_{23}	n_{24}	$n_{2.}$
	3	n_{31}	n_{32}	n_{33}	n_{34}	$n_{3.}$
Total Columna		$n_{.1}$	$n_{.2}$	$n_{.3}$	$n_{.4}$	$n_{..}$

Objetivo: Estudio de “**Asociaciones**” entre las categorías de las variables.

Asociación & Independencia

Ejemplo 1

Tabla de Frecuencias para 525 *pinus* según Provincia y Especie

	<i>nigra</i>	<i>pinaster</i>	<i>pinea</i>	<i>sylvestris</i>	Fila Total
Burgos	4	135	11	43	193
Soria	7	100	35	190	332
Columna Total	11	235	46	233	525

- Estudio asociaciones: **Provincia \leftrightarrow Especie**
- ¿Cómo? **Utilización de Porcentajes.**
- ¿Qué porcentajes? **Tipos de porcentajes.**

Tabla de Frecuencias

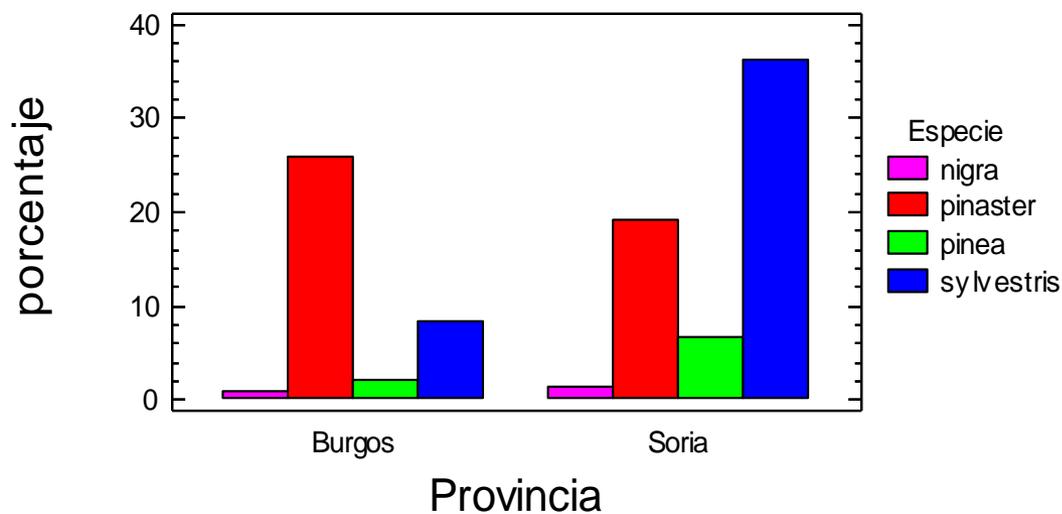
	<i>nigra</i>	<i>pinaster</i>	<i>pinea</i>	<i>sylvestris</i>	Fila Total
Burgos	4	135	11	43	193
Soria	7	100	35	190	332
Columna Total	11	235	46	233	525 Total Tabla

	<i>nigra</i>	Tipos de Porcentajes		
Burgos	4	Frecuencia Absoluta		
	0,8%	→	% Tabla	
	2,1%	→	% Fila	
	36,4%	→	% Columna	

Porcentajes Tabla

	<i>nigra</i>	<i>pinaster</i>	<i>pinea</i>	<i>sylvestris</i>	Fila Total
Burgos	0,8%	25,7%	2,1%	8,2%	36,8%
Soria	1,3%	19,1%	6,7%	36,2%	63,2%
Columna Total	2,1%	44,8%	8,8%	44,4%	100%

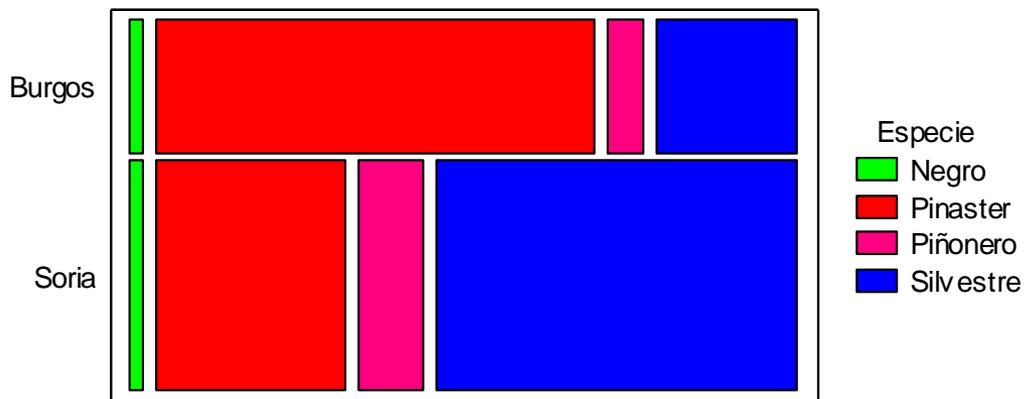
Diagrama de Barras



Porcentajes por Provincia (Fila)

	<i>nigra</i>	<i>pinaster</i>	<i>pinea</i>	<i>sylvestris</i>	Fila Total
Burgos	2,1%	69,9%	5,7%	22,3%	100%
Soria	2,1%	30,1%	10,6%	57,2%	100%
Columna Total	2,1%	44,8%	8,8%	44,4%	100%

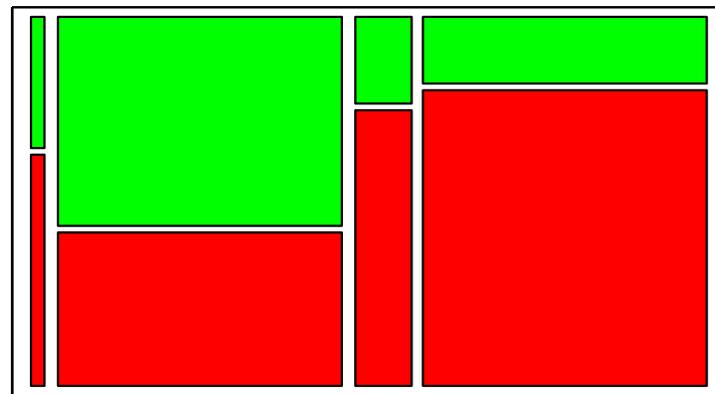
Porcentajes en las Provincias



Porcentajes por Especie (Columna)

	<i>nigra</i>	<i>pinaster</i>	<i>pinea</i>	<i>sylvestris</i>	Fila Total
Burgos	36,4%	57,4%	23,9%	18,4%	36,8%
Soria	63,6%	42,5%	76,1%	81,5%	63,2%
Columna Total	100%	100%	100%	100%	100%

Porcentajes en las Especies



Negro Pinaster Piñonero Silvestre

Provincia
■ Burgos
■ Soria

Conclusiones

Asociaciones

Provincia

Especie

Burgos

↔

pinaster

Soria

↔

sylvestris

pinea

Test de Independencia - Test Chi-2

$$\begin{cases} H_0 : \text{Independencia} \\ H_1 : \text{Asociación} \end{cases}$$

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k \frac{\left(n_{ij} - \frac{n_{i.} \cdot n_{.j}}{n_{..}} \right)^2}{\frac{n_{i.} \cdot n_{.j}}{n_{..}}}$$

$$\chi^2 \xrightarrow{H_0} \chi^2_{(n-1) \cdot (k-1)}$$

$$p_{\text{valor}} = p(\chi^2_{(n-1) \cdot (k-1)} > \chi^2)$$

Test de Independencia - Test Chi-2

$$\begin{cases} H_0 : \text{Independencia} \\ H_1 : \text{Asociación} \end{cases}$$

Contraste de Chi-cuadrado

Ejemplo 1

Chi-cuadrado	GL	P-Valor
80,11	3	0,0000

El StatAdvisor

Dado que el **p-valor es inferior a 0.01**, podemos **rechazar** la hipótesis de que **las filas y columnas son independientes** con un nivel de confianza del **99%**. En consecuencia, **el valor observado de Provincia para un caso particular tiene relación con su valor en Especie**.

Ejemplo 2: Caso de Independencia

Porcentajes en las Provincias

Porcentajes en las Especies

Contraste de Chi-cuadrado

Chi-cuadrado	GL	P-Valor
0,02	3	0,9992

El StatAdvisor

Dado que el **p-valor es superior a 0.10**, **no podemos rechazar** la hipótesis de **que las filas y columnas son independientes**. En consecuencia, **el valor observado de Provincia para un caso particular puede no tener relación con su valor en Especie**.

!!!!!!! Importante !!!!!!!

Porcentajes por Provincia

	<i>nigra</i>	<i>pinaster</i>	<i>pinea</i>	<i>sylvestris</i>	Fila Total
Burgos	2,1%	69,9%	5,7%	22,3%	100%
Soria	2,1%	30,1%	10,6%	57,2%	100%
Columna Total	2,1%	44,8%	8,8%	44,4%	100%

PERFIL de Soria

PERFIL de Burgos

PERFIL MEDIO

!!!!!!! PERFILES FILA !!!!!!!



PERFILES COLUMNA



Porcentajes por Especie

	<i>nigra</i>	<i>pinaster</i>	<i>pinea</i>	<i>sylvestris</i>	Fila Total
Burgos	36,4%	57,4%	23,9%	18,4%	36,8%
Soria	63,6%	42,5%	76,1%	81,5%	63,2%
Columna Total	100%	100%	100%	100%	100%

PERFIL de *nigra*

PERFIL de *pinaster*

PERFIL de *pinea*

PERFIL de *sylvestris*

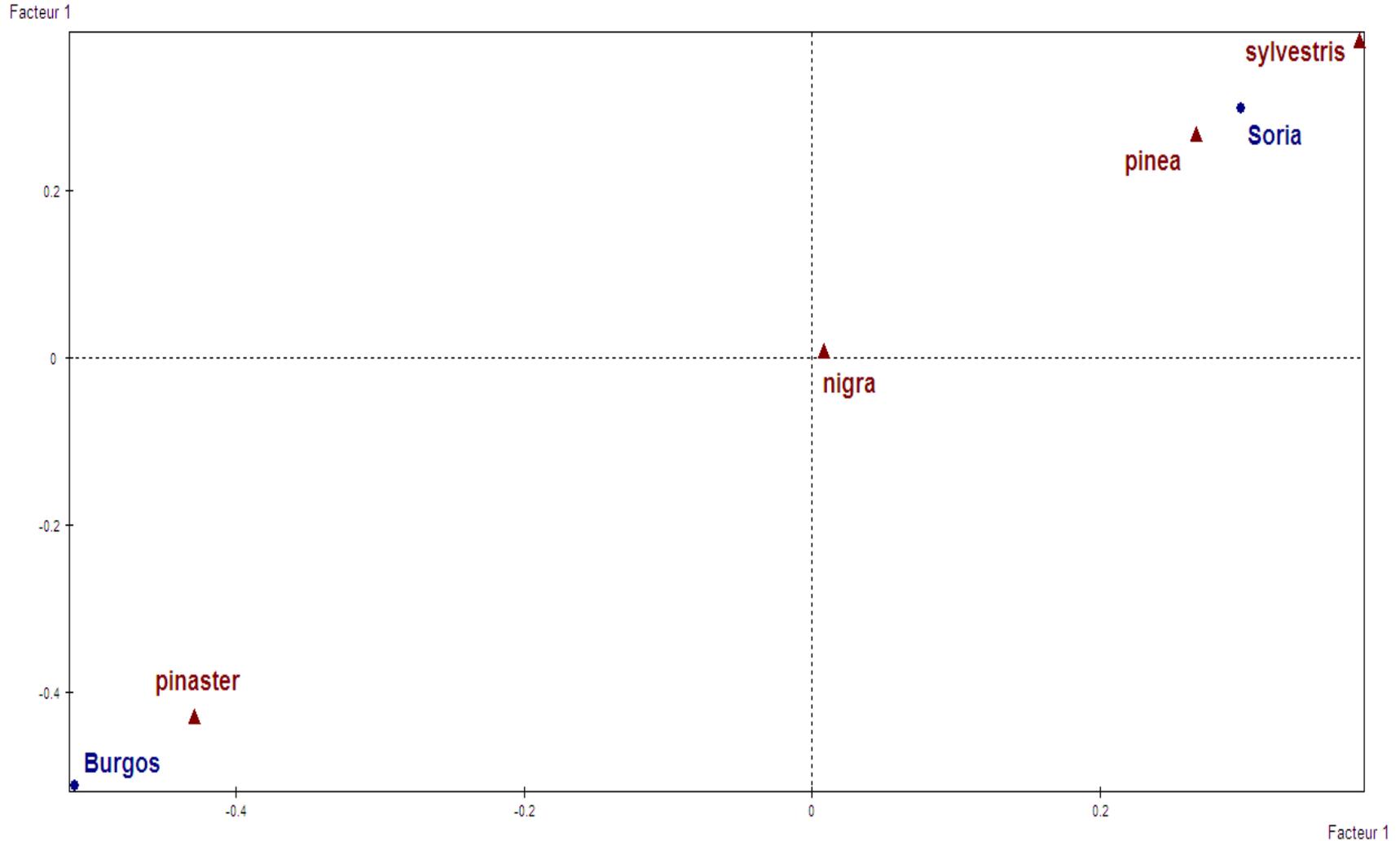
PERFIL MEDIO

Análisis de Correspondencias (AC)

Análisis de Correspondencias Simples(ACS)

- **Dos** Variables Categóricas
- Análisis de **Tablas de Contingencia** (grandes)
- **Análisis de los Perfiles Fila y Columna**
ACP (Principal Components Analysis)
Distancia ***Chi-2***
- Representación en “ **bi-plots** ” de los Perfiles.
- **Superposición** de los bi-plots

ACS para Provincia & Especie



Reglas de Interpretación

1. Los **puntos** del bi-plot = **Perfiles** de las variables.
2. **Origen de Coordenadas** = **Perfil Medio**.
3. **Dos Perfiles de una misma variable:**
 - 3.1 **Proximidad** \leftrightarrow **Igualdad**
 - 3.2 **Lejanía** \leftrightarrow **Diferencia**
4. **La situación de los Perfiles Fila y de los Perfiles Columna explican las igualdades y diferencias anteriores**

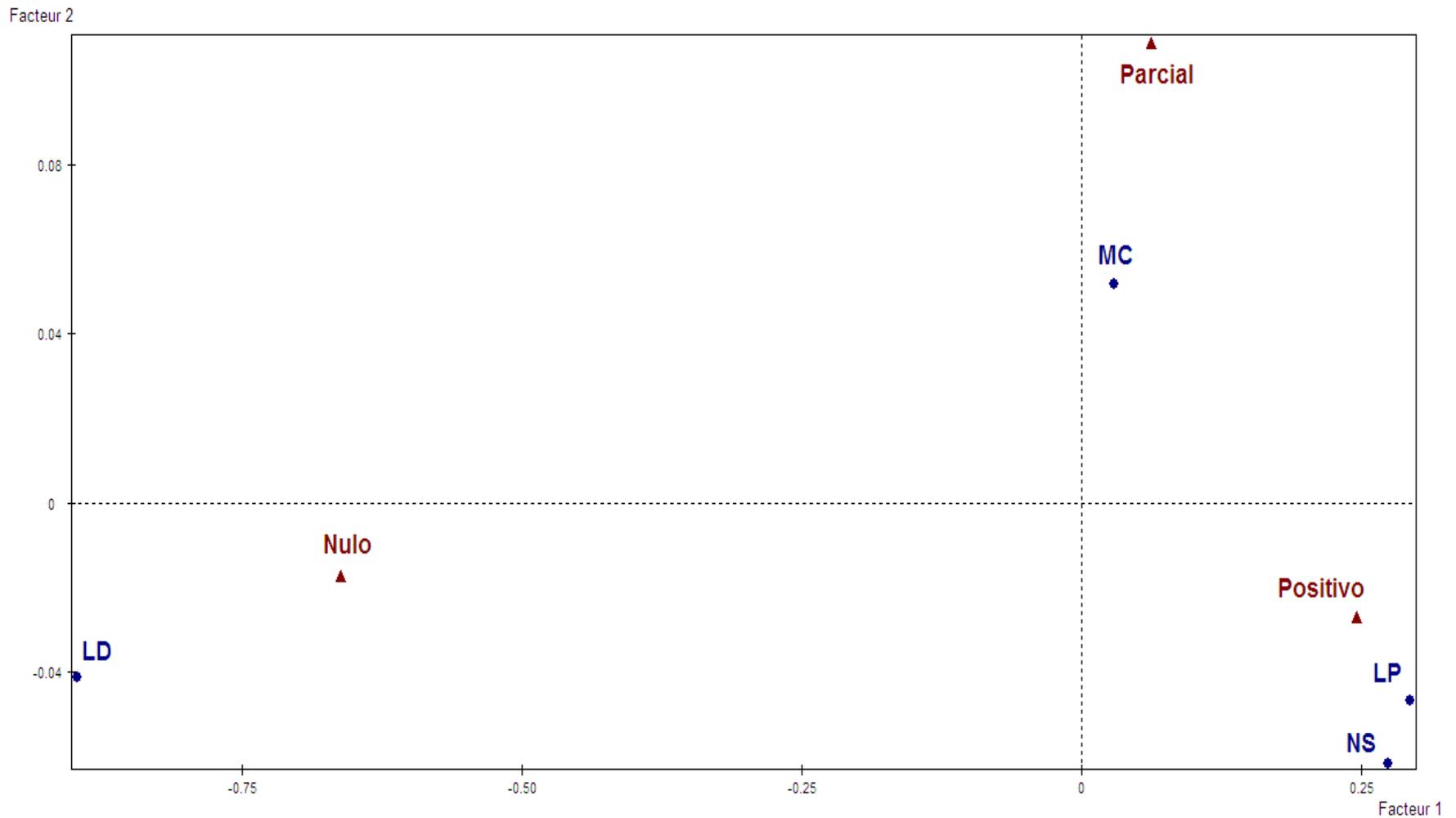
Ejemplo 3: Enfermedad de Hodgkin

Enfermedad de Hodgkin (cancer). **538 pacientes** fueron clasificados en función de **4 tipologías de la enfermedad (LP, NS, MC, LD)** y su respuesta a un **Tratamiento (Positivo, Parcial, Nulo)** al cabo de tres meses.

		Positivo	Parcial	Nulo
LP		74	18	12
NS		68	16	12
MC		154	54	58
LD		18	10	44

¿¿ Tratamiento igual en todas las tipologías ??

Ejemplo 3: Enfermedad de Hodgkin



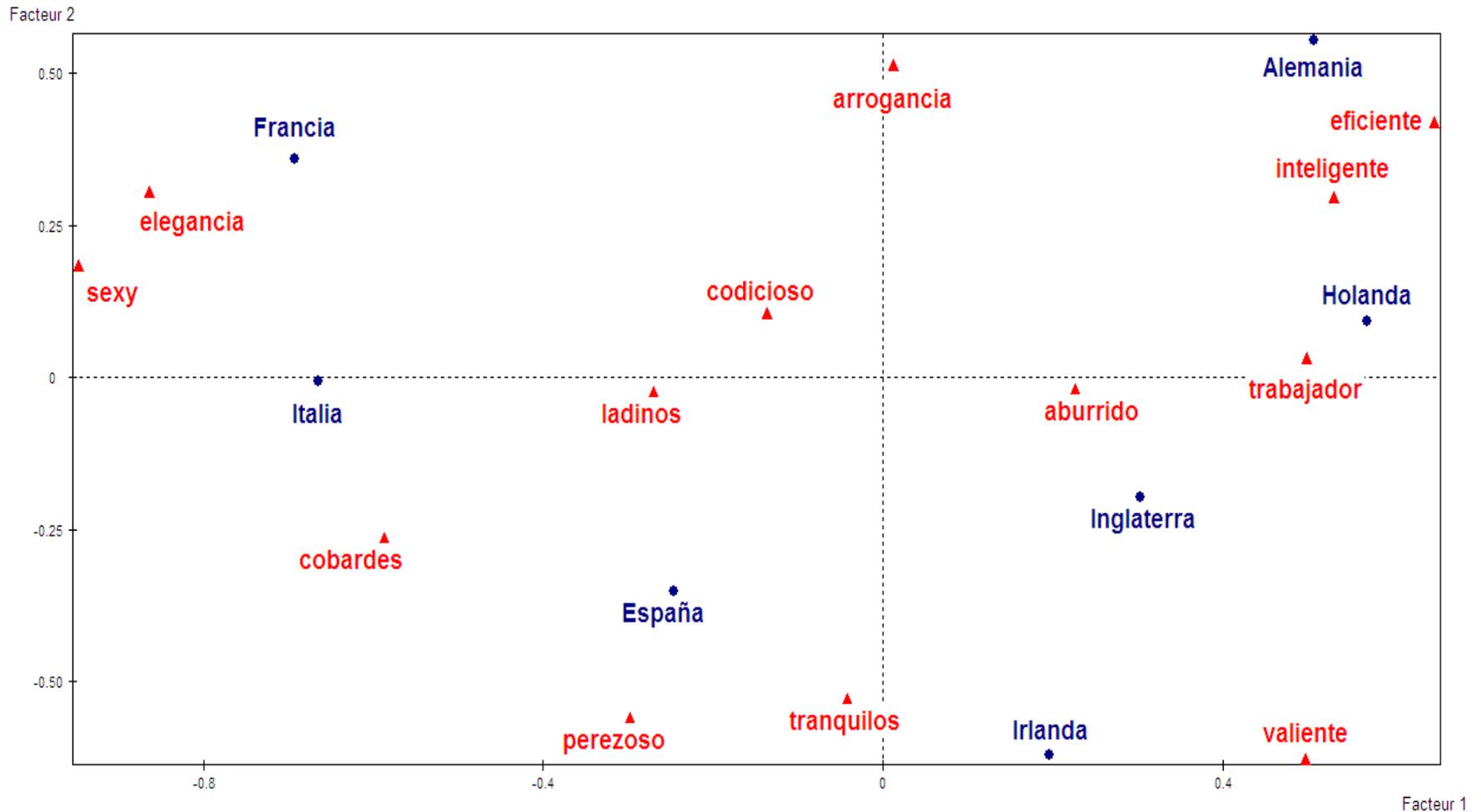
Ejemplo 4: ¿Qué piensan los ingleses...

.... del resto de europeos?

(1) elegancia (2) arrogancia (3) sexy (4) ladinos (5) tranquilos
(6) codicioso (7) cobardes (8) aburrido (9) eficiente (10) perezoso
(11) trabajador (12) inteligente (13) valiente

Paises	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
Francia	37	29	21	19	10	10	8	8	6	6	5	2	1
España	7	14	8	9	27	7	3	7	3	23	12	1	3
Italia	30	12	19	10	20	7	12	6	5	13	10	1	2
Inglat.	9	14	4	6	27	12	2	13	26	16	29	6	25
Irlanda	1	7	1	16	30	3	10	9	5	11	22	2	27
Holanda	5	4	2	2	15	2	0	13	24	1	28	4	6
Alemania	4	48	1	12	3	9	2	11	41	1	38	8	8

Ejemplo 4: ¿Qué piensan los ingleses...



Análisis de Correspondencias Múltiples (ACM)

- **Análisis de Datos Categóricos**
- **Extensión del Análisis de Correspondencias Simples (ACS)**
 - Tres o más Variables Categóricas
- **Cálculos sencillos**
- **Resultados → bi-plots**
 - Muestran todas las variables y sus categorías.
 - Muestran todos los individuos
 - Fácil interpretación
- **No habitual**

Análisis de Correspondencias Múltiples

DATOS

Supongamos que:

- Estudiamos **3 variables categóricas: A, B y C**
 - Variable **A**: 3 categorías → **a1 a2 a3**
 - Variable **B**: 2 categorías → **b1 b2**
 - Variable **C**: 3 categorías → **c1 c2 c3**
- Estudiamos a **10 individuos**

Análisis de Correspondencias Múltiples

DATOS

	A	B	C
<i>ind 1</i>	<i>a2</i>	<i>b1</i>	<i>c1</i>
<i>ind 2</i>	<i>a2</i>	<i>b2</i>	<i>c3</i>
<i>ind 3</i>	<i>a3</i>	<i>b2</i>	<i>c3</i>
<i>ind 4</i>	<i>a1</i>	<i>b1</i>	<i>c2</i>
<i>ind 5</i>	<i>a1</i>	<i>b2</i>	<i>c1</i>
<i>ind 6</i>	<i>a2</i>	<i>b1</i>	<i>c2</i>
<i>ind 7</i>	<i>a3</i>	<i>b1</i>	<i>c1</i>
<i>ind 8</i>	<i>a2</i>	<i>b2</i>	<i>c2</i>
<i>ind 9</i>	<i>a1</i>	<i>b2</i>	<i>c2</i>
<i>ind 10</i>	<i>a3</i>	<i>b1</i>	<i>c3</i>

$$Z = \begin{matrix} & \mathbf{a1} & \mathbf{a2} & \mathbf{a3} & \mathbf{b1} & \mathbf{b2} & \mathbf{c1} & \mathbf{c2} & \mathbf{c3} \\ \begin{matrix} \mathbf{ind 1} \\ \mathbf{ind 2} \\ \mathbf{ind 3} \\ \mathbf{ind 4} \\ \mathbf{ind 5} \\ \mathbf{ind 6} \\ \mathbf{ind 7} \\ \mathbf{ind 8} \\ \mathbf{ind 9} \\ \mathbf{ind 10} \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Análisis de Correspondencias Múltiples

DATOS

$B = Z' \cdot Z =$

a1	a2	a3	b1	b2	c1	c2	c3		
3	0	0	1	2	1	2	0	a1 → Tabla A & B	
0	4	0	2	2	1	2	1	a2	
0	0	3	2	1	1	0	2	a3 → Tabla A & C	
1	2	2	5	0	2	2	1	b1 → Tabla B & C	
2	2	1	0	5	1	2	2	b2	
1	1	1	2	1	3	0	0	c1	
2	2	0	2	2	0	4	0	c2 → Total categoría	
0	1	2	1	2	0	0	3	c3	

Análisis de Correspondencias Múltiples

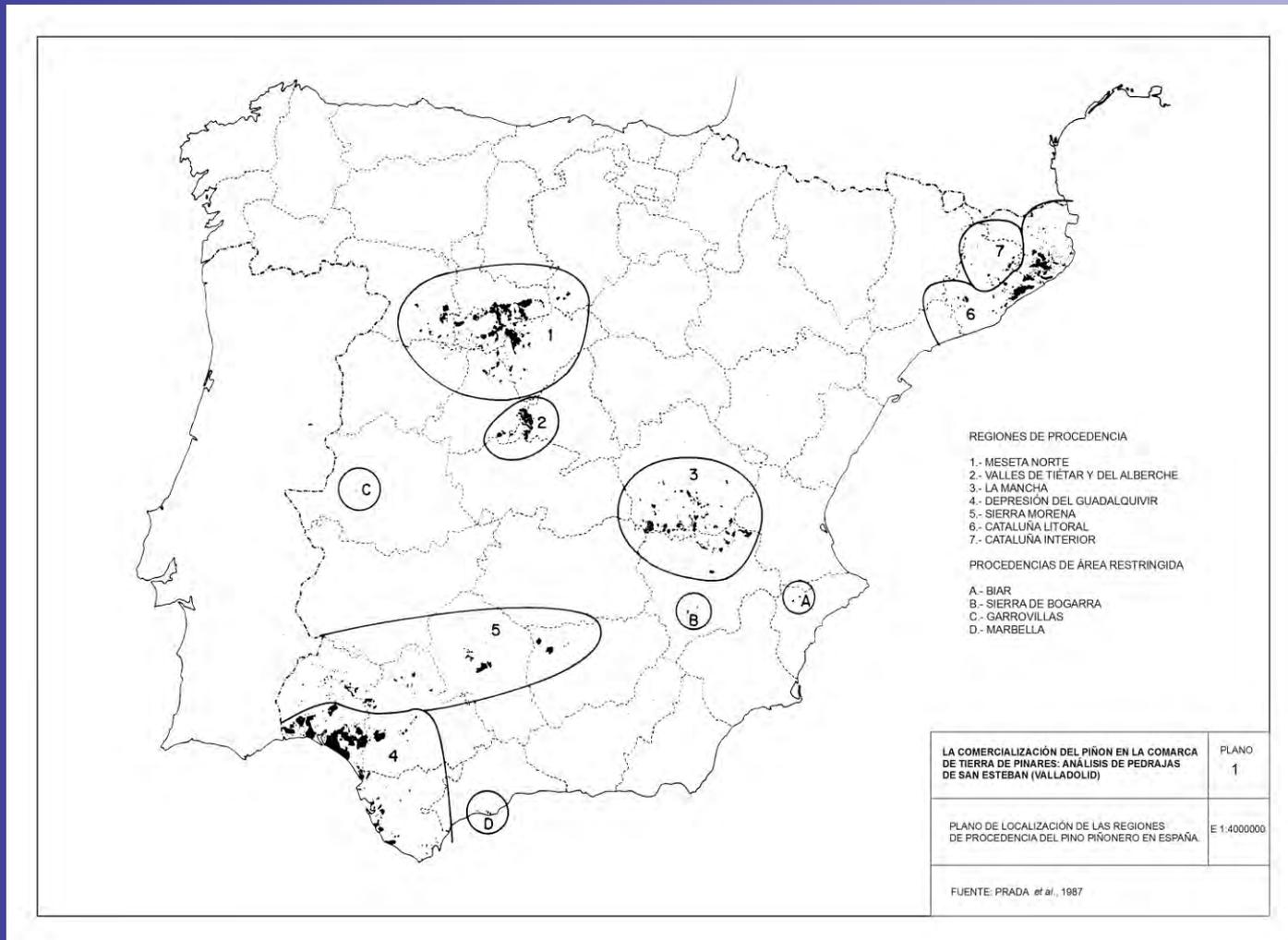
DATOS

$B = Z' \cdot Z =$

a1	a2	a3	b1	b2	c1	c2	c3	
3	0	0	1	2	1	2	0	a1
0	4	0	2	2	1	2	1	a2
0	0	3	2	1	1	0	2	a3
<hr/>								
1	2	2	5	0	2	2	1	b1
2	2	1	0	5	1	2	2	b2
<hr/>								
1	1	1	2	1	3	0	0	c1
2	2	0	2	2	0	4	0	c2
0	1	2	1	2	0	0	3	c3

**TABLA
DE
BURT**

Ejemplo 5: La Comercialización del piñón en la Comarca de Tierra de Pinares.



Ejemplo 5: La Comercialización del piñón en la Comarca de Tierra de Pinares.

OBJETIVOS

- Describir la cadena de valor del piñón desde su producción en el monte hasta el consumidor.
- Identificar y Caracterizar a los principales agentes implicados en esta cadena.
- Identificar los factores de éxito y de fracaso en este modelo de comercialización.
- Analizar las implicaciones sociales, ambientales y económicas de este modelo de comercialización.

MATERIAL Y MÉTODOS

- **Entrevistas Personales.**

1. Consumidores
2. Empresarios

- **Tamaño de la muestra**

$$n = \frac{N \cdot Z_{\alpha}^2 \cdot p \cdot q}{d^2 \cdot (N - 1) + Z_{\alpha}^2 \cdot p \cdot q}$$

Consumidores = 100 encuestas

Empresarios = 30 encuestas

- **Tratamiento Estadístico de los datos**

- Análisis Factorial (ACM)
- Análisis Cluster

MATERIAL Y MÉTODOS

- **Entrevistas Personales Consumidores**

Muestreo estratificado por rangos de edad y sexo

Rangos de edad	HOMBRES		MUJERES	
	Nº habitantes	Tamaño muestral estimado	Nº habitantes	Tamaño muestral estimado
15 a 24	220	7	207	7
25 a 34	304	10	267	9
35 a 49	470	15	441	14
50 a 64	321	11	267	9
> 65	240	8	297	10
Total	1 555	51	1 479	49

MATERIAL Y MÉTODOS

ENCUESTA A CONSUMIDORES

22 preguntas en 3 bloques diferenciados:

- **3 Preguntas de identificación:** edad, ocupación y nivel de estudios.
- **11 Preguntas de consumo:** dónde lo compran, procedencia, motivo de consumo, forma de consumo, frecuencia de consumo, etc.
- **8 Preguntas de conocimiento:** vinculación al sector, trabajo, parentescos, utilidades, etc.

MATERIAL Y MÉTODOS

ENCUESTA A EMPRESARIOS

18 preguntas en 4 bloques diferenciados:

- **7 Preguntas de caracterización:** de la empresa: forma jurídica, número de socios, antigüedad, última inversión, fase elaboración, dedicación, etc.
- **3 Preguntas de tipo laboral:** número empleados, fase elaboración, tipo de contrato.
- **4 Preguntas de tipo comercial:** sobre materias primas y productos finales.
- **2 Preguntas de conocimiento:** beneficios relacionados con el aprovechamiento del piñón.

ANÁLISIS DE DATOS

Metodología

1. Análisis Descriptivo de las Variables

- Análisis Univariantes.
- Análisis Bivariantes (Tablas de Contingencia).
- Primeros Resultados y Depuración de los Datos

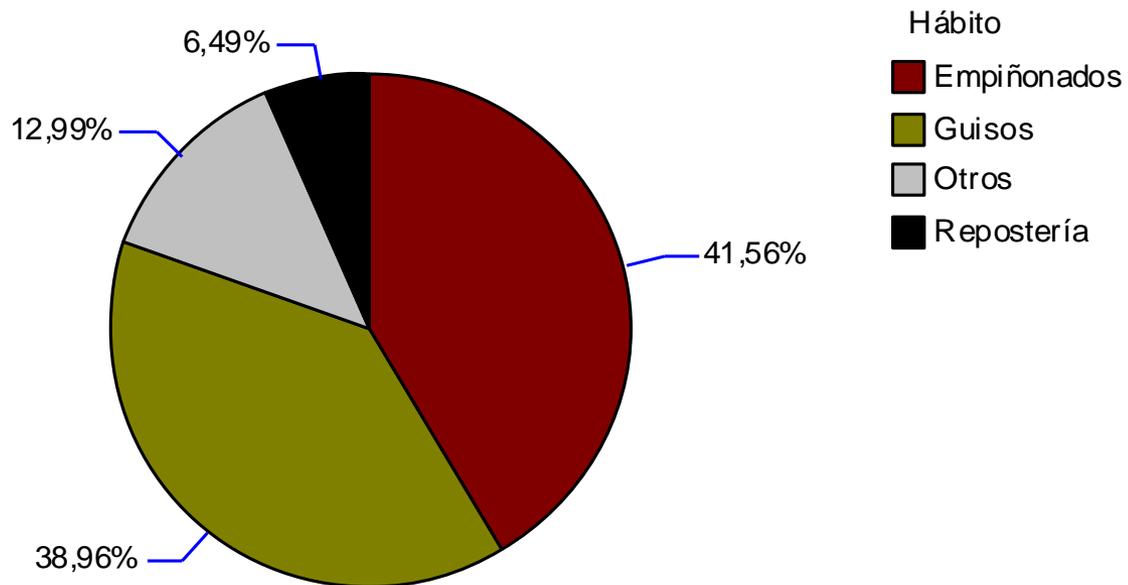
2. Análisis Factorial – ACM

- Elección del número de Ejes Factoriales.
- Caracterización de los ejes

3. Análisis Cluster

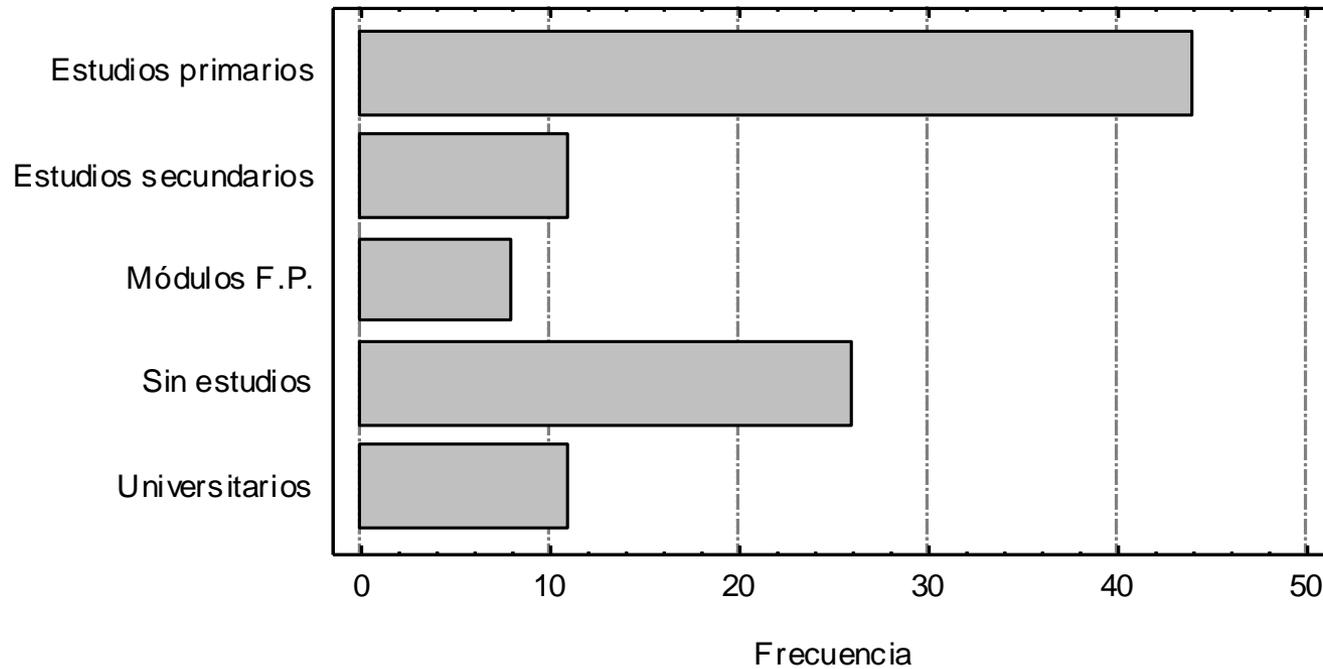
- Elección del número de Grupos.
- Caracterización de los Grupos

FORMA HABITUAL DE COMSUMO



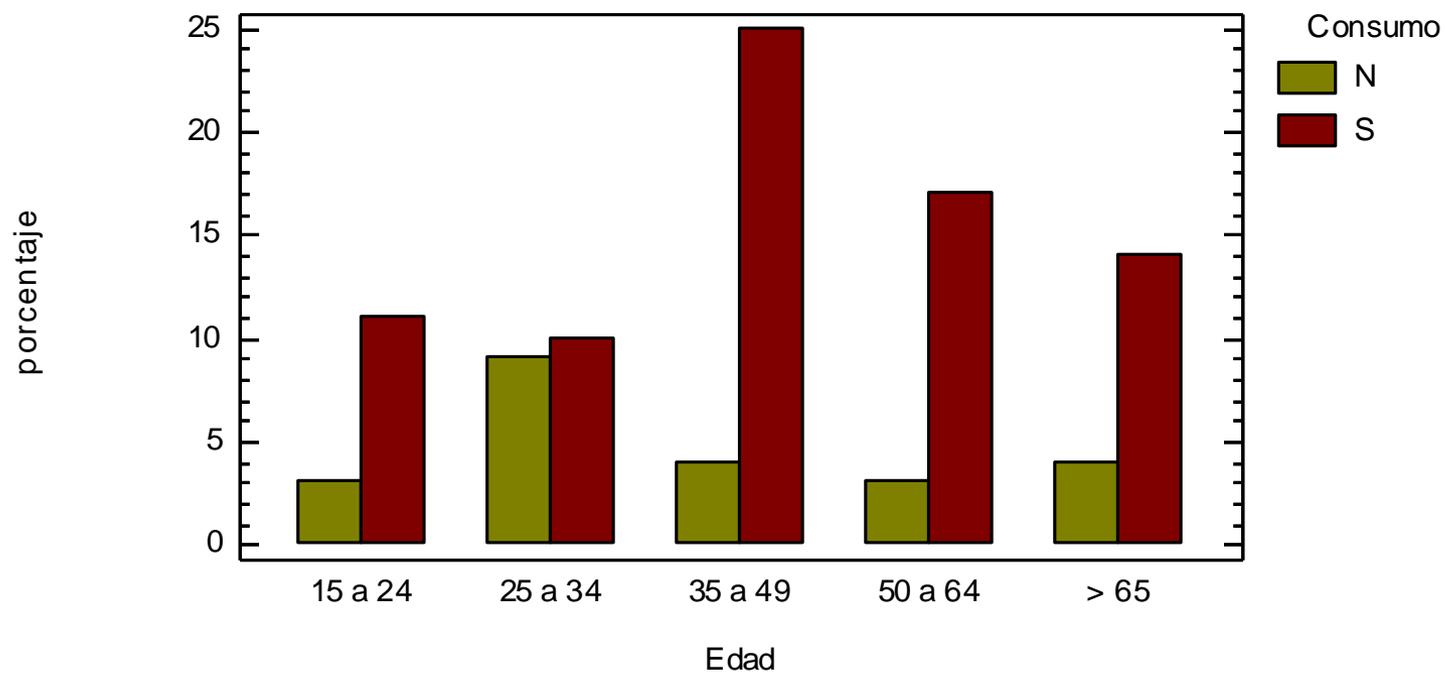
Tipos de Consumo

NIVEL DE ESTUDIOS



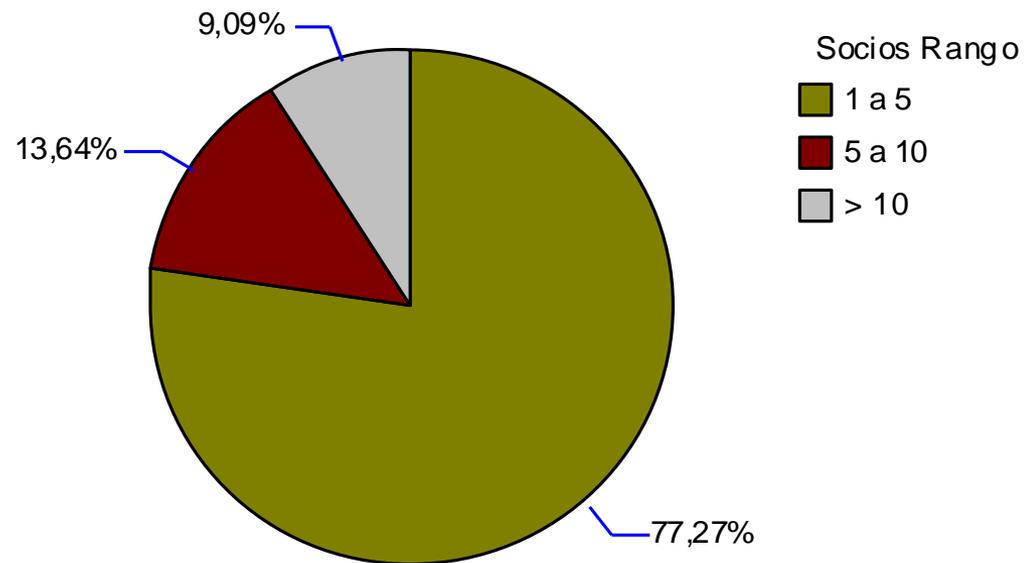
Tipos de Consumo

RELACIÓN EDAD CONSUMO



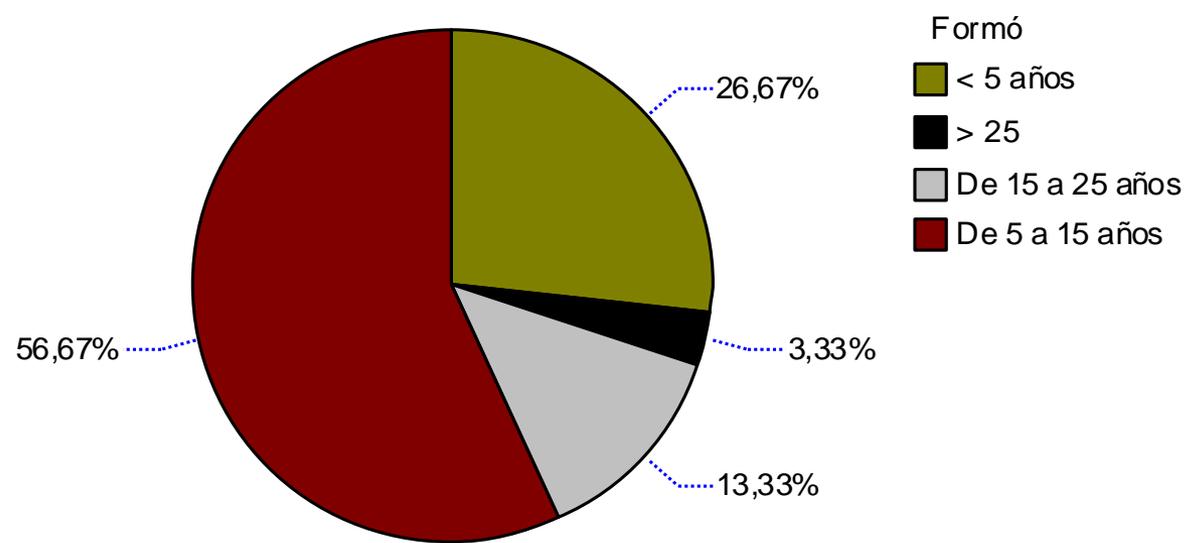
Edad & Consumo

TAMAÑO DE LAS EMPRESAS.



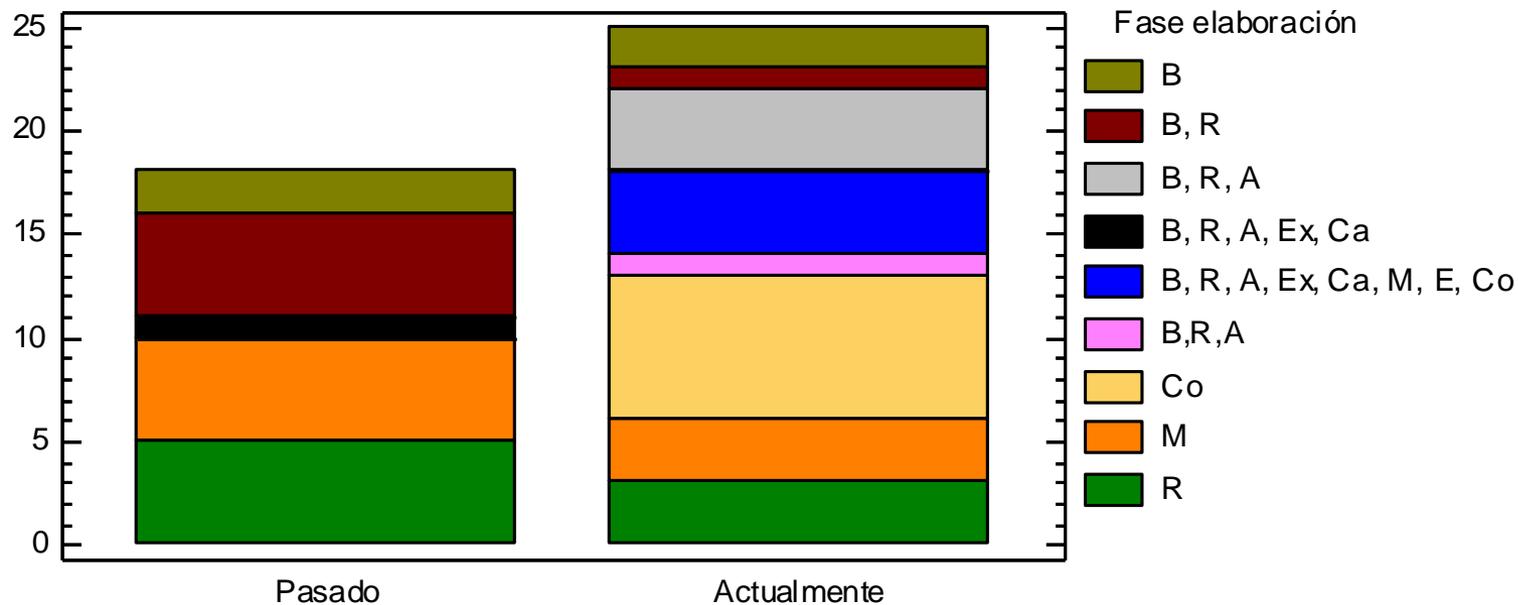
Nº de Socios

ANTIGÜEDAD DE LAS EMPRESAS.



Años de Antigüedad

TIPO DE TRABAJO DENTRO DE CADENA PIÑÓN



B = Bajada de piñas

R = Recogida de piñas.

A = Almacenamiento de piñas.

Ca = Cascado.

M = Mondado.

E = Envasado.

Co = Comercialización.

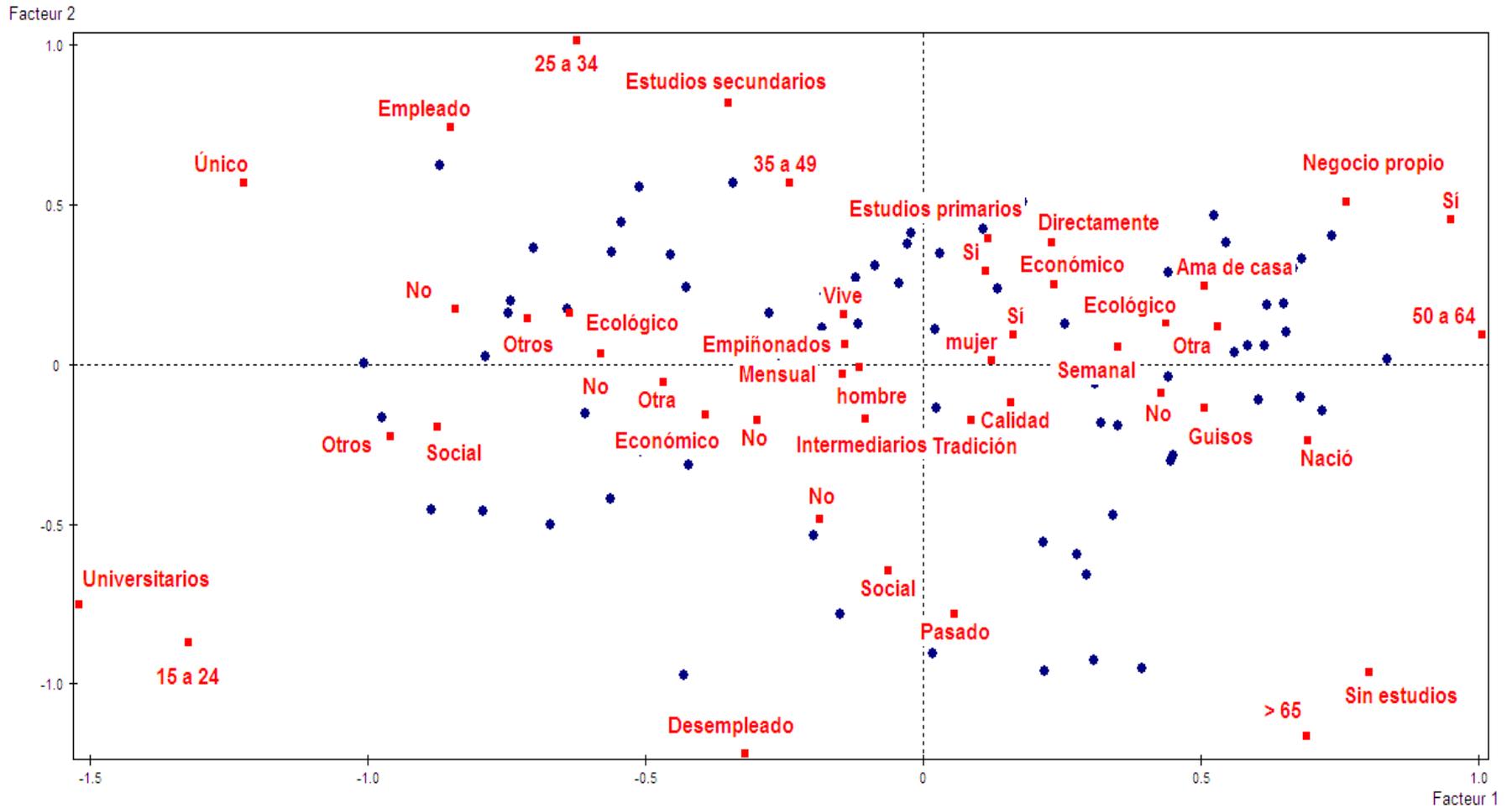
A. Correspondencias Múltiples

Variable	Nº de pregunta en cuestionario	Denominación en el análisis ACM	Modalidades
Relación con el pueblo de Pedrajas	0	Relación (C1)	- Nació en Pedrajas - Vive en Pedrajas - Otra
Frecuencia de consumo de piñón	2	Frecuencia (C3)	- Semanalmente - Mensualmente - Otra
Atención que se presta a la marca al consumir	3	Marca (C4)	- Sí - No
Atención que se presta a la procedencia al consumir	4	Procedencia (C5)	- Sí - No
Motivo por el que consume	6	Consumo (C6)	- Único que le ofrecen - Calidad - Tradición - Otra
Forma de conseguir el piñón que consumen	7	Conseguir (C7)	- Directamente - Intermediarios
Forma habitual de consumo	9	Hábito (C8)	- Empiñonados - Guisos - Otros
Trabaja dentro del sector del piñón	12	Trabaja (C9)	- No - Pasado - Sí

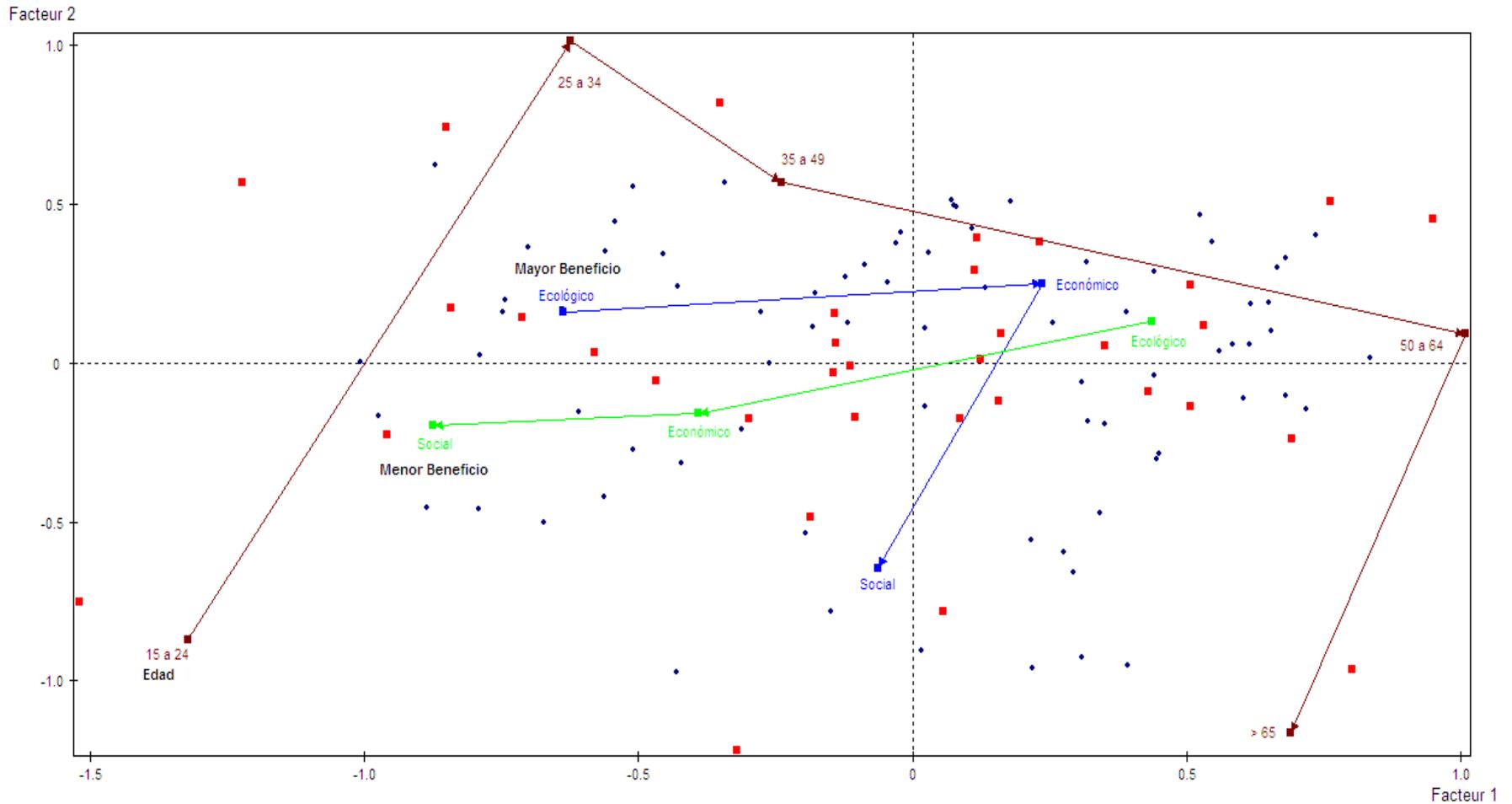
A. Correspondencias Múltiples

Variable	Nº de pregunta en cuestionario	Denominación en el análisis ACM	Modalidades
Miembro de la familia trabaja/ó en el sector del piñón	16	Miembro (C10)	- Sí - No
Beneficios de mayor importancia	17	Mayor beneficio (C12)	- Ecológico - Económico - Social
Beneficios de menor importancia	17	Menor beneficio (C14)	- Ecológico - Económico - Social
Edad del encuestado	20	Edad (C15)	- 15 a 24 - 25 a 34 - 35 a 49 - 50 a 64 - > 65
Ocupación laboral	21	Ocupación (C16)	- Ama de casa - Desempleado - Empleado - Negocio propio
Nivel de estudios	22	Nivel de estudios (C17)	- Sin estudios - Estudios primarios - Estudios secundarios - Universitarios
Sexo	-	Sexo (C18)	- Hombre - Mujer

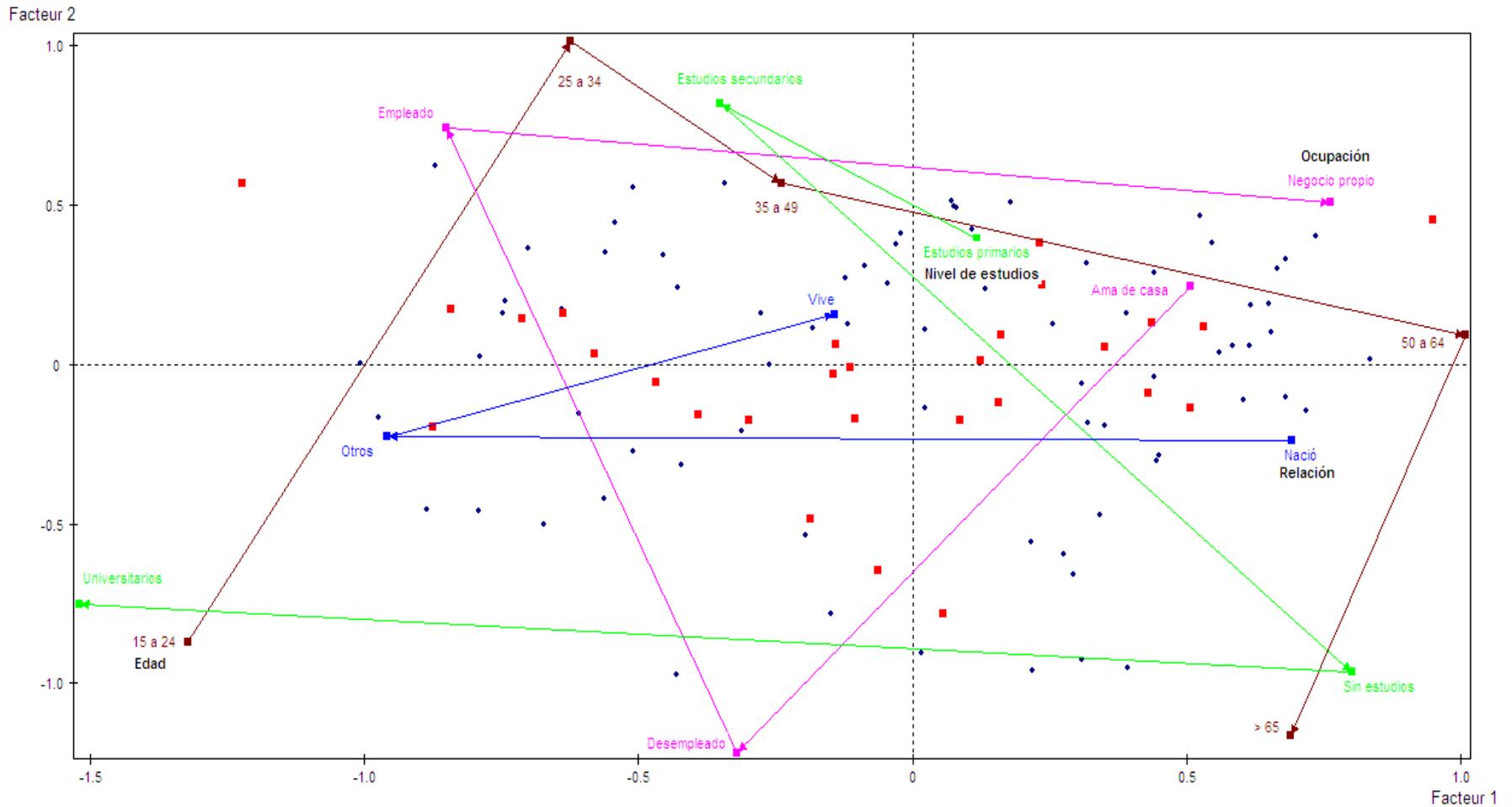
ACM – Factor 1 & Factor 2



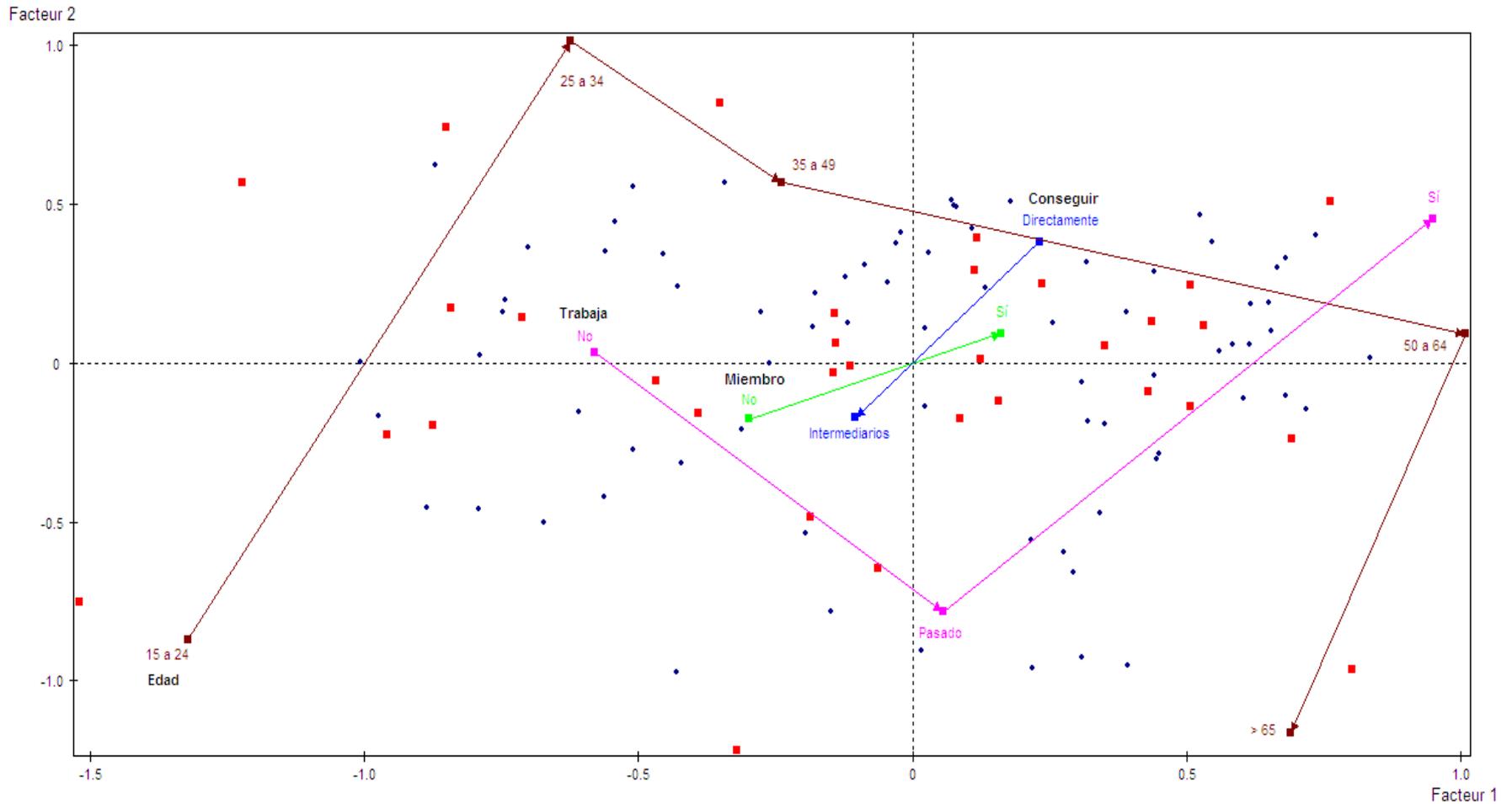
ACM – Factor 1 & Factor 2



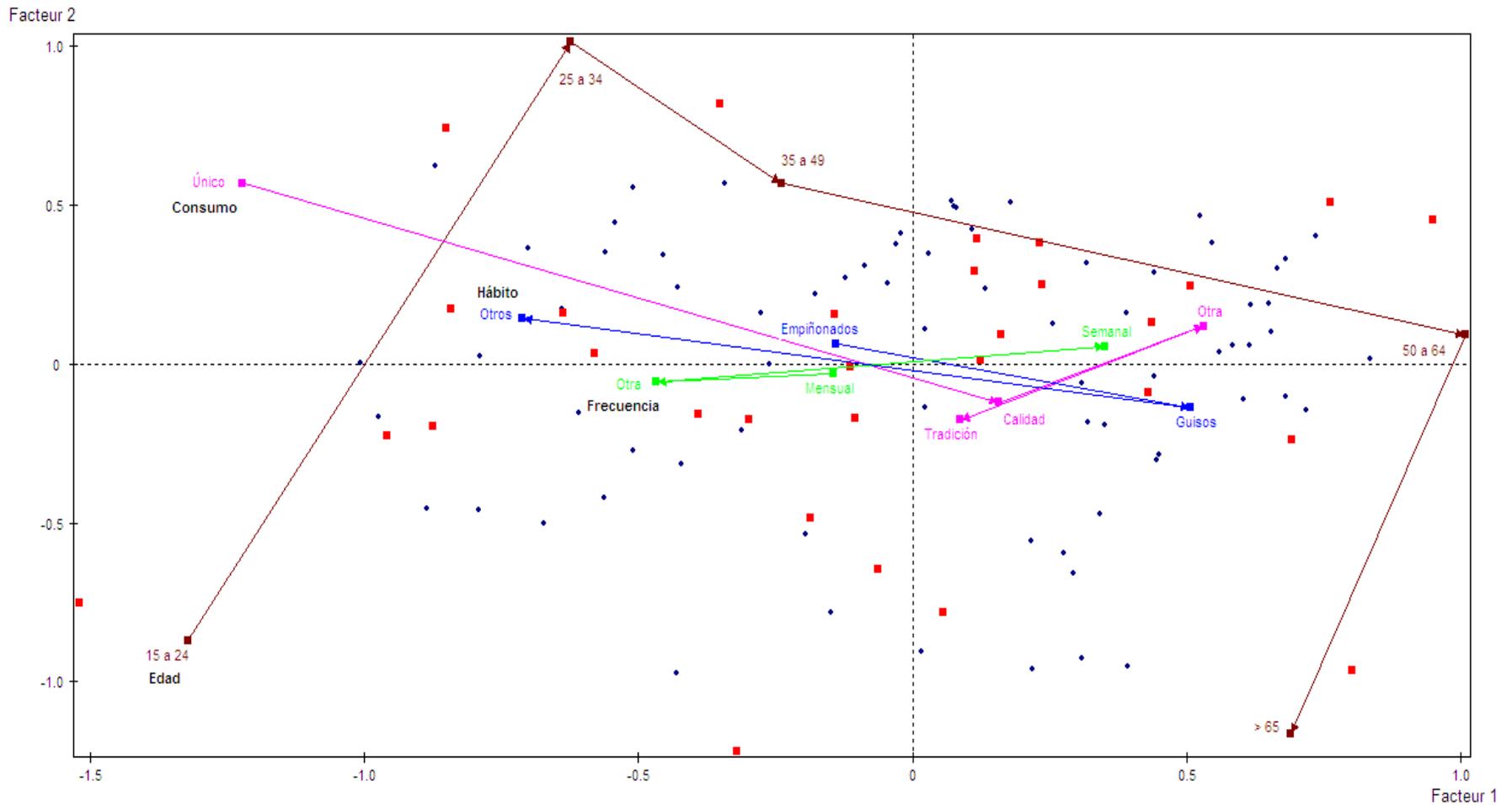
ACM – Factor 1 & Factor 2



ACM – Factor 1 & Factor 2



ACM – Factor 1 & Factor 2

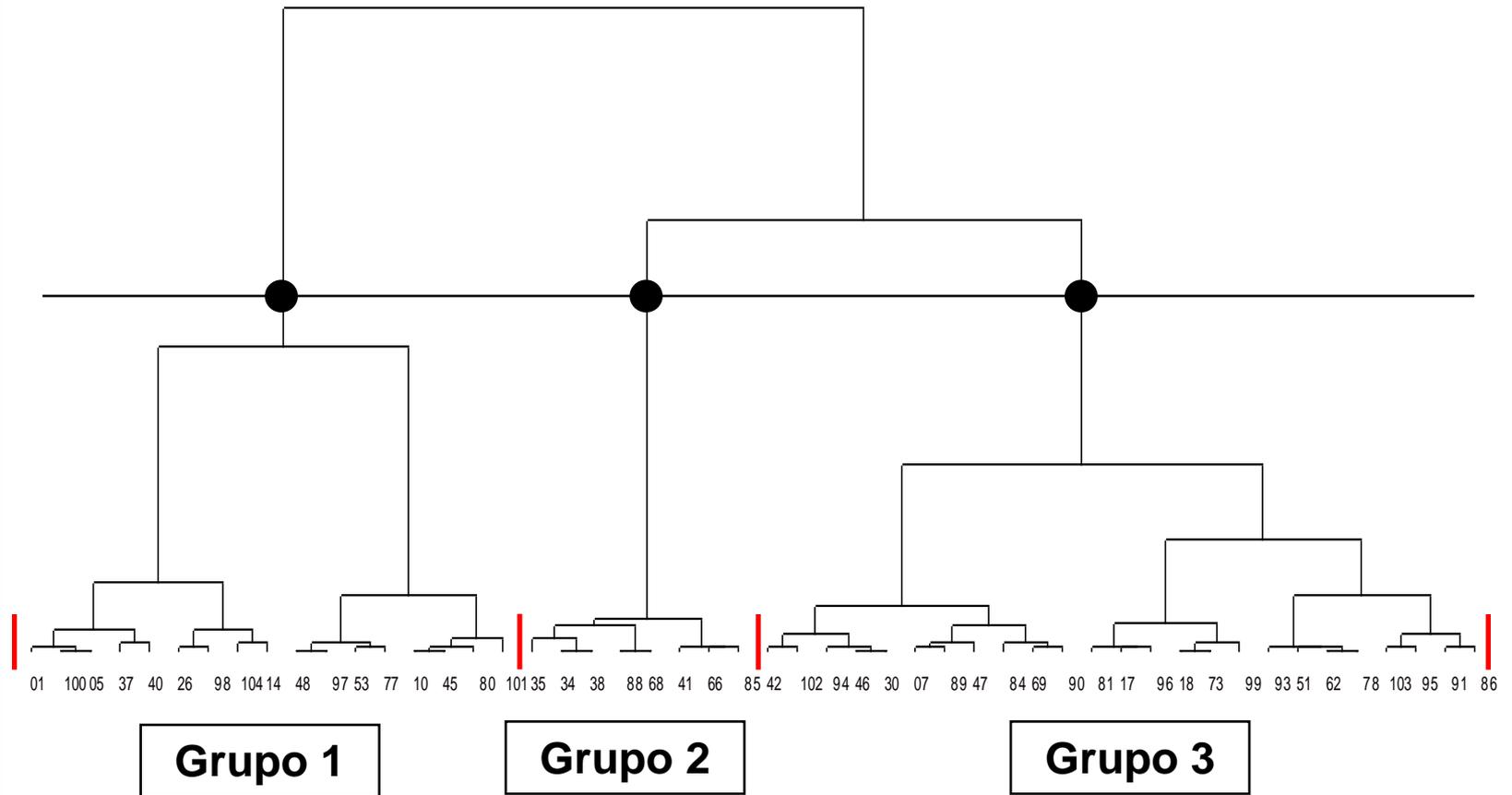


CARACTERIZACIÓN DE EJES FACTORIALES

- **Factor 1. Caracterizado por :**
 - Una **gradación creciente de las edades**, asociado con el **nivel de estudios**
- **Factor 2. Caracterizado por :**
 - Separación “**trabajadores**” ---- “**desempleados**”
- **Factor 1 + Factor 2 = 20.54 % de la inercia Total**
- **Análisis Cluster a partir de coordenadas**
 - Dendograma (Ward, distancias euclideas al cuadrado)
 - Elección del número de grupos
 - Consolidación utilizando *k-medias*
 - Caracterización de los grupos

ANALISIS CLUSTER

Classification hiérarchique directe



Caracterización de los Grupos

- **Grupo 1:** (36% de la muestra).

Consumidores de edad entre los **15 a 24 años** con estudios **universitarios**. La relación que tienen con el pueblo es poco cercana, ya que **visitan el pueblo** de vez en cuando. **No fijarse en la procedencia del piñón** que consumen.

- **Grupo 2:** (15% de la muestra).

Consumidores de **edad superior a 65 años**, **jubilados y sin estudios**. **Nacieron o vivieron en el mismo municipio**. **No fijarse en la marca** de los distintos productos que compran. **Trabajaron en el sector del piñón en el pasado**.

- **Grupo 3:** (49% de la muestra).

edad comprendido de los **50 a 64 años** que **nacieron en el mismo municipio**. Tienen un **negocio propio**, **trabajan en el sector del piñón**. Respecto al **consumo**, **se fijan en la procedencia del piñón** y lo hacen en un **55%** de los casos **de forma semanal**.

Muito Obrigado

Muchas Gracias

